FUNZIONI ELEMENTARI
Esercizi risolti

1. Discutendo graficamente la disequazione $2 - |x| > \sqrt{3+x}$, verificare che l'insieme delle soluzioni è un intervallo e trovarne gli estremi.

2. Rappresentare nel piano (x, y) l'insieme $\big\{(x, y) : x^2 < y \le 2x + 2\big\}$.

3. Rappresentare nel piano (x, y) le soluzioni del sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x \ge 2y \end{cases}$

4. Determinare $\big\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{2x+3} > 0\big\} \bigcap \big\{x \in \mathbb{R} : x + 1 > \sqrt{x^2 - 1}\big\}$.

5. Determinare il dominio di $f(x) = \log_3\big(2x - \sqrt{x^2 - 1}\big)$.

6. Determinare dominio ed immagine di $f(x) = \sqrt{\sin x - 1}$; disegnarne il grafico.

7. Sia $f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x+1}$; determinare il dominio, discutere eventuali simmetrie e l'iniettività.

8. Sia $f(x) = \frac{x-1}{2-x}$; determinare la controimmagine $f^{-1}\big([2, +\infty)\big)$.

9. Verificare che la funzione $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2 - 4x + 9$ non è invertibile. Individuare opportune restrizioni di f che siano invertibili e scrivere l'espressione delle loro inverse.

10. Individuare opportune restrizioni di $f(x) = x^2 - 2|x|$ che siano invertibili. Specificare dominio ed immagine delle inverse, per le restrizioni trovate.

11. Provare che le funzioni

$$f(x) = x^2 - x + 1,\ x \ge \frac{1}{2} \qquad \text{e} \qquad g(x) = \frac{1}{2} + \sqrt{x - \frac{3}{4}},\ x \ge \frac{3}{4}$$

sono una l'inversa dell'altra. Utilizzare la rappresentazione grafica di f e f^{-1} per risolvere l'equazione $f(x) = g(x)$.

12. Siano

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+2}\,, \qquad g(x) = \sqrt{1-x}.$$

Disegnare i grafici di f e di g e determinare domini e immagini di $g \circ f$ e di $f \circ g$.

13. Data la funzione $h(x) = 2^{2x} - 2^x - 2$

    a) esprimere h come prodotto di composizione in cui uno dei fattori è la funzione $f(x) = 2^x$;

    b) determinare dominio ed immagine di h.

Soluzioni

1. L' unica intersezione della retta $r_1 : y = 2+x$ con la mezza parabola $P : y = \sqrt{3+x}$ è nel punto $x_1 = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}$. L' intersezione della retta $r_2 : y = 2-x$ con la mezza parabola $P : y = \sqrt{3+x}$ è nel punto $x_2 = \frac{5-\sqrt{21}}{2}$.

   Disegnando i grafici, si vede che la disequazione è soddisfatta per i valori di x compresi tra x_1 e x_2, cioè per $x \in \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2} \ , \ \frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)$.

   Dunque gli estremi dell'intervallo sono $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$ e $\frac{5-\sqrt{21}}{2}$.

2. Si tratta della regione di piano compresa tra la parabola $y = x^2$ e la retta $y = 2x+2$.

3. Si tratta dei punti della circonferenza unitaria che stanno al di sotto della retta $y = x/2$.

4. Consideriamo separatamente i due insiemi

   $A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{2x+3} > 0\right\}$ e $B = \left\{x \in \mathbb{R} : x+1 > \sqrt{x^2-1}\right\}$.

   Dobbiamo determinare l'insieme $A \cap B$.

   La disequazione $\dfrac{x-1}{2x+3} > 0$ è soddisfatta per $x < -\dfrac{3}{2} \vee x > 1$.

   Pertanto $A = \left(-\infty, -\dfrac{3}{2}\right) \cup (1, +\infty)$

   La disequazione $x+1 > \sqrt{x^2-1}$ è equivalente al sistema di disequazioni

   $$\begin{cases} x+1 > 0 \\ x^2-1 \geq 0 \\ (x+1)^2 > x^2-1 \end{cases} ,$$

   che è soddisfatto da tutti i valori di $x \geq 1$. Dunque $B = [1, +\infty)$.

   Pertanto $A \cap B = (1, +\infty)$.

5. $\mathrm{dom}(f) = \left\{x \in \mathbb{R} : \begin{cases} 2x - \sqrt{x^2-1} > 0 \\ x^2-1 \geq 0 \end{cases} \right\}$

   Dunque dobbiamo risolvere il sistema di disequazioni

   $$\begin{cases} 2x > 0 \\ 4x^2 > x^2-1 \\ x^2-1 \geq 0 \end{cases}$$

   Tale sistema è soddisfatto per ogni valore di $x \geq 1$.

   Pertanto $\mathrm{dom}(f) = [1, +\infty)$.

   Allo stesso risultato si può pervenire con una risoluzione grafica.

   La disequazione $2x - \sqrt{x^2-1} > 0$ è soddisfatta dalle ascisse dei punti della retta $y = 2x$ che stanno al di sopra dei punti della mezza iperbole equilatera $y = \sqrt{x^2-1}$. Disegnando i grafici e calcolando il punto di intersezione della retta con la mezza iperbole, si trovano i punti di ascissa $x \geq 1$.

6. $\mathrm{dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : \sin x - 1 \geq 0\}$

   La disequazione $\sin x \geq 1$ è soddisfatta solo dai valori di x per cui $\sin x = 1$, dunque dai valori $\left\{x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

   In corrispondenza a tali valori di x, si ha $f(x) = 0$.

   Dunque $\mathrm{dom}(f) = \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, $\mathrm{im}(f) = \{0\}$.

   Il grafico di f è pertanto l'insieme dei punti $\left\{\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 0\right),\ k \in \mathbb{Z}\right\}$

7. $\mathrm{dom}(f) = \left\{x \in \mathbb{R} : \begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}\right\}$

   Tale sistema è verificato da ogni valore $-1 \leq x \leq 1$.

   Pertanto $\mathrm{dom}(f) = [-1, 1]$.

   Calcoliamo $f(-x) = \sqrt{1 + x} + \sqrt{-x + 1} = f(x)$. Dunque f è pari e pertanto non è iniettiva. Il grafico di f risulta simmetrico rispetto all'asse delle y.

8. Dobbiamo risolvere la disequazione $\dfrac{x - 1}{2 - x} \geq 2$, che è equivalente alla disequazione $\dfrac{3x - 5}{x - 2} \leq 0$.

   Tale disequazione è soddisfatta per $\dfrac{5}{3} \leq x < 2$.

   Pertanto $f^{-1}([2, +\infty)) = [\frac{5}{3}, 2)$.

9. La funzione non è invertibile su $\mathbb{R}$ in quanto è una parabola con asse di simmetria la retta $x = 2$ e dunque non è iniettiva. Il vertice della parabola è il punto V$=(2, 5)$.

   Due restrizioni invertibili di f sono:

   $f_1 = f|_{(-\infty,2]} : (-\infty, 2] \to [5, +\infty)$,

   $f_2 = f|_{[2,+\infty)} : [2, +\infty) \to [5, +\infty)$.

   Per ottenere le equazioni delle inverse, si deve ricavare x in funzione di y dall'equazione $y = x^2 - 4x + 9$. L'equazione $x^2 - 4x + 9 - y = 0$ ha soluzioni $x = 2 \pm \sqrt{y - 5}$. Pertanto $f_1^{-1}(y) = 2 - \sqrt{y - 5}$ e $f_2^{-1}(y) = 2 + \sqrt{y - 5}$.

   Effettuando lo scambio delle variabili x e y si ottengono le espressioni delle due funzioni inverse $f_1^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x - 5}$ e $f_2^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x - 5}$.

10. Si ha $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & \text{se } x < 0 \\ x^2 - 2x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$

    Abbiamo 4 restrizioni invertibili massimali di f:

    $f_1 = f|_{(-\infty,-1]} : (-\infty, -1] \to [-1, +\infty)$

    $f_2 = f|_{[-1,0]} : [-1, 0] \to [-1, 0]$

    $f_3 = f|_{[0,1]} : [0, 1] \to [-1, 0]$

    $f_4 = f|_{[1,+\infty)} : [1, +\infty) \to [-1, +\infty)$.

    Le inverse di tali restrizioni scambiano tra loro dominio e immagine.

11. Anzitutto si ha $\mathrm{dom}(f) = [\frac{1}{2}, +\infty) = \mathrm{im}(g)$, e $\mathrm{dom}(g) = [\frac{3}{4}, +\infty) = \mathrm{im}(f)$.

    Per provare che le funzioni f e g sono l'una l'inversa dell'altra, dobbiamo verificare che $(f \circ g)(x) = x$, $\forall x \geq \frac{3}{4}$, e che $(g \circ f)(x) = x$, $\forall x \geq \frac{1}{2}$.

    $$(f \circ g)(x) = f\left(\frac{1}{2} + \sqrt{x - \frac{3}{4}}\right) = \left(\frac{1}{2} + \sqrt{x - \frac{3}{4}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} + \sqrt{x - \frac{3}{4}}\right) + 1 = x$$

    $$(g \circ f)(x) = g(x^2 - x + 1) = \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + 1 - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2} + \left(x - \frac{1}{2}\right) = x$$

    Disegnando il grafico di f e di g si vede che la bisettrice $y = x$ è tangente ai grafici di f e g nel punto di ascissa 1, e che $f(x) = g(x)$ se e solo se $x = 1$.

12. Il grafico di f è un'iperbole equilatera riferita agli asintoti, che sono le rette $x = -2$ e $y = 2$. Le intersezioni con gli assi cartesiani sono nei punti A$=\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ e B$=\left(0, \frac{1}{2}\right)$.

    Il grafico di g è una mezza parabola avente l'asse delle x come asse di simmetria e il vertice nel punto V$=(1, 0)$, rivolta verso la parte negativa dell'asse delle ascisse; l'intersezione con l'asse delle y è nel punto C$=(0, 1)$.

    Risulta pertanto:

    $\mathrm{dom}(f) = (-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$, $\mathrm{Im}(f) = (-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

    $\mathrm{dom}(g) = (-\infty, 1]$, $\mathrm{Im}(g) = [0, +\infty)$

    Poiché $\mathrm{Im}(f) \cap \mathrm{dom}(g) = (-\infty, 1] \neq \emptyset$, esiste $g \circ f$ e si ha:

    $\mathrm{dom}(g \circ f) = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2x+1}{x+2} \leq 1\right\} = (-2, 1]$

    $\mathrm{Im}(g \circ f) = g((-\infty, 1]) = [0, +\infty)$

    Pertanto si avrà:

    $g \circ f : (-2, 1] \to [0, +\infty)$.

    Poiché $\mathrm{Im}(g) \cap \mathrm{dom}(f) = [0, +\infty) \neq \emptyset$, esiste $f \circ g$ e si ha:

    $\mathrm{dom}(f \circ g) = \left\{x \in \mathbb{R} : x \leq 1 \wedge \sqrt{1 - x} + 2 \neq 0\right\} = (-\infty, 1]$

    $\mathrm{Im}(f \circ g) = f([0, +\infty)) = \left[\frac{1}{2}, 2\right)$

    Pertanto si avrà:

    $f \circ g : (-\infty, 1] \to \left[\frac{1}{2}, 2\right)$.

13. a) Si ha $h(x) = (g \circ f)(x)$, dove $g(x) = x^2 - x - 2$.

    b) Si ha $\mathrm{dom}(f) = \mathrm{dom}(g) = \mathbb{R}$, $\mathrm{Im}(f) = (0, +\infty)$, $\mathrm{Im}(g) = \left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$.

    Pertanto $\mathrm{dom}(h) = \mathbb{R}$ e $\mathrm{Im}(h) = g(0, +\infty) = \left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$

    Dunque $h : \mathbb{R} \to \left[-\frac{9}{4}, +\infty\right)$.

FUNZIONI ELEMENTARI

Test di autovalutazione

1. E' data la funzione $f(x) = \sin(2x - 5)$. Allora:

   (a) dom $(f) = \{x \in \mathbb{R} \ : \ -1 \leq 2x - 5 \leq 1\}$
   (b) im $(f) = [-1, 1]$
   (c) f ha periodo T$= \pi - 5$
   (d) f ha periodo T$= 2\pi - 5$.

2. La funzione $f(x) = \sqrt{|x-1| + 2x}$:

   (a) è iniettiva
   (b) è definita su $\mathbb{R}$
   (c) è suriettiva
   (d) non è invertibile .

3. E' data la funzione $f(x) = \sqrt{1 - \log x}$. Allora:

   (a) $f^{-1}([-1, 1]) = [0, 1]$
   (b) non esiste $f^{-1}([-1, 1])$
   (c) $f^{-1}([-1, 1]) = f^{-1}([0, 1])$
   (d) $f^{-1}([-1, 1]) = \{x \in \mathbb{R} \ : \ -1 \leq 1 - \log x \leq 1\}$

4. E' data la funzione $f(x) = \log(x - \sqrt{x})$. Allora:

   (a) dom$(f) = \mathbb{R}_+$
   (b) f non è iniettiva
   (c) im $(f) = \mathbb{R}$
   (d) f è pari.

5. L'inversa della funzione $f(x) = x^2 - x + 2$:

   (a) non esiste
   (b) è la funzione $g(x) = \dfrac{1 + \sqrt{4x - 7}}{2}$
   (c) è la funzione $x = y^2 - y + 2$
   (d) è la funzione $h(x) = \dfrac{1 \pm \sqrt{4x - 7}}{2}$.

6. Sono date le funzioni $f(x) = \sin x - 2$ e $g(x) = \sqrt{x}$. Allora:

(a) dom $(f \circ g) = \mathbb{R}$
(b) dom $(g \circ f) = \mathbb{R}$
(c) im $(f \circ g) = [0, 1]$
(d) im $(g \circ f) = \emptyset$.

7. Sono date le funzioni $f(x) = x^2$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x$. Allora:

(a) $h = f \circ g$
(b) $h = g \circ f$
(c) $h/_{\mathbb{R}_+} = f \circ g$
(d) $g \circ f = f \circ g$.

8. E' data la funzione $f(x) = \log(x - 2 - \sqrt{x^2 + 1})$. Allora:

(a) dom $(f) = \mathbb{R}_+$
(b) dom$(f) = (2, +\infty)$
(c) f non è mai definita
(d) im $(f) = \mathbb{R}$

9. E' data la funzione $f(x) = \arcsin \dfrac{2x - 2}{x - 2}$. Allora:

(a) dom $(f) = [-1, 1]$
(b) dom $(f) = \left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$
(c) $f^{-1}\left(\left[0, \dfrac{\pi}{6}\right]\right) = \left[\dfrac{2}{3}, 1\right]$
(d) $f^{-1}\left(\left[0, \dfrac{\pi}{6}\right]\right) = \{x \in \mathbb{R} \ : 0 \leq \dfrac{2x - 2}{x - 2} \leq \dfrac{\pi}{6}\}$.

10. Il più grande intervallo in cui la funzione $f(x) = \sqrt{|x + 1| - |2x - 1|}$ è invertibile :

(a) è $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$
(b) è $\mathbb{R}$
(c) f non è invertibile su nessun intervallo
(d) è contenuto nell'intervallo $[-1, 1]$.

11. La funzione $h(x) = 2\sin^2 x + \sin x - 1$:

(a) è composta con la funzione $g(t) = 2t^2 + t - 1$
(b) ha periodo π
(c) è iniettiva
(d) $h^{-1}([-1, 0]) = \left[0, \dfrac{\pi}{6}\right]$.

RISPOSTE

1. RISPOSTA ESATTA: (b).

La funzione $\sin(2x-5)$ è composta della funzione $g(x) = 2x-5$, che ha come dominio e immagine $\mathbb{R}$, con la funzione $h(t) = \sin t$, che ha per dominio $\mathbb{R}$ e per immagine $[-1,1]$. Si avrà dunque $\mathrm{dom}(f) = \mathbb{R}$ e $\mathrm{im}\ (f) = [-1,1]$. Pertanto (a) è falsa e (b) è vera.

Poiché $\sin(2x-5) = \sin(2x)\cos 5 - \cos(2x)\sin 5$, un semplice calcolo mostra la funzione $f(x)$ ha lo stesso periodo della funzione $\sin(2x)$, cioè T$= \pi$. Dunque (c) e (d) sono false.

2. RISPOSTA ESATTA: (a).

Si ha : $\quad f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ \sqrt{3x-1} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

Dunque il grafico di f è l'unione dei due archi di parabola ad asse orizzontale di equazioni $\{y = \sqrt{x+1}\ ,\ -1 \leq x < 1\}$ e $\{y = \sqrt{3x-1}\ ,\ x \geq 1\}$. Poiché sono due grafici di funzioni strettamente crescenti e f è continua, f risulta monotona crescente, dunque iniettiva e pertanto invertibile. Quindi (a) è vera mentre (d) è falsa.

Come visto sopra, $\mathrm{dom}(f) = [-1, +\infty)$; inoltre f assume solo valori positivi. Dunque (b) e (c) sono false.

3. RISPOSTA ESATTA: (c).

Per definizione di controimmagine, e tenendo conto che la funzione radice assume solo valori positivi, si ha:

$f^{-1}([-1,1]) = \{x \in \mathrm{dom} f : -1 \leq \sqrt{1-\log x} \leq 1\} =$
$= \{x \in \mathrm{dom} f : 0 \leq \sqrt{1-\log x} \leq 1\} = \{x \in \mathrm{dom} f : 0 \leq 1-\log x \leq 1\} = f^{-1}([0,1])$.

Dunque (d) è errata e (c) è esatta.

(a) è errata perché, se $x \in [0,1]$ si ha $\sqrt{1-\log x} \geq 1$.

(b) è errata, perché $f^{-1}([-1,1]) \neq \emptyset$: infatti, ad esempio, $f(1) = 1$ e dunque $1 \in f^{-1}([-1,1])$.

4. RISPOSTA ESATTA: (c).

Si ha: $\mathrm{dom}\ (f) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \wedge x - \sqrt{x} > 0\} = (1, +\infty)$.

Dunque f non può essere pari. Pertanto le risposte (a) e (d) sono errate.

Invece la risposta (c) è esatta, in quanto f è continua e inoltre $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

La risposta (b) è errata, perché f è iniettiva; infatti:

$\log(a-\sqrt{a}) = \log(b-\sqrt{b}) \iff a - \sqrt{a} = b - \sqrt{b} \iff a - b = \sqrt{a} - \sqrt{b} \iff$
$\iff (\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}) = \sqrt{a}-\sqrt{b} \iff \sqrt{a}-\sqrt{b} = 0 \quad \vee \quad \sqrt{a}+\sqrt{b} = 1.$

Poiché a e b sono entrambi maggiori di 1, la seconda possibilità non sussiste; la prima possibilità implica che necessariamente sia $a = b$. Dunque f è iniettiva.

5. RISPOSTA ESATTA: (a).

La funzione $f(x) = x^2 - x + 2$ non è invertibile, perché non è iniettiva: dunque la risposta (a) è esatta ; la risposta (b) è errata: sarebbe esatta se si considerasse l'inversa non di f, ma della restrizione invertibile di f all'intervallo $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$.

L'equazione $x = y^2 - y + 2$ definisce la relazione il cui grafico è il simmetrico di f rispetto alla bisettrice $y = x$, e non è la funzione inversa di f. Dunque la risposta (c) è errata.

La risposta (d) è errata, in quanto $h(x)$ non è neppure una funzione (non è ad un sol valore).

6. RISPOSTA ESATTA: (d).

Si ha : $\quad (g \circ f)(x) = \sqrt{\sin x - 2} \quad , \quad (f \circ g)(x) = \sin\sqrt{x} - 2.$

Dunque dom$(g \circ f)$ =im$(g \circ f) = \emptyset$, mentre dom$(f \circ g) = [0, +\infty)$, im$(f \circ g) = [-3, -1]$.

7. RISPOSTA ESATTA: (c).

Infatti, si ha :

$(g \circ f)(x) = \sqrt{x^2} = |x|$, con dom $(g \circ f) = \mathbb{R}$;

$(f \circ g)(x) = (\sqrt{x})^2 = x$, con dom$(f \circ g) = [0, +\infty)$.

8. RISPOSTA ESATTA: (c).

Si ha infatti: dom$(f) = \{x \in \mathbb{R} : x - 2 - \sqrt{x^2 + 1} > 0\}$.

E' facile verificare (ad esempio graficamente) che, $\forall x \in \mathbb{R}$, $x - 2 \leq \sqrt{x^2 + 1}$.

Dunque (c) è vera mentre (a) , (b) e (d) sono false.

9. RISPOSTA ESATTA: (c).

Si ha : dom$(f) = \left\{x \in \mathbb{R} : -1 \leq \frac{2x-2}{x-2} \leq 1\right\} = \left[0, \frac{4}{3}\right]$. Dunque (a) e (b) sono false.

Per definizione :

$f^{-1}\left(\left[0, \frac{\pi}{6}\right]\right) = \{x \in \mathbb{R} \ : 0 \leq \arcsin\frac{2x-2}{x-2} \leq \frac{\pi}{6}\} = \{x \in \mathbb{R} \ : 0 \leq \frac{2x-2}{x-2} \leq \frac{1}{2}\} = \left[\frac{2}{3}, 1\right]$.

Dunque (c) è vera mentre (d) è falsa.

10. RISPOSTA ESATTA: (a).

Si consideri preventivamente la funzione :

$$g(x) = |x+1| - |2x-1| = \begin{cases} x-2 & \text{se } x \leq -1 \\ 3x & \text{se } -1 < x < \frac{1}{2} \\ 2-x & \text{se } x \geq \frac{1}{2} \end{cases} .$$

Dunque dom $(f) = \{x \in \mathbb{R} : g(x) \geq 0 = [0, 2]$.

Poiché $g(x)$ è strettamente crescente nell'intervallo $\mathrm{I}_1 = \left[0, \frac{1}{2}\right]$ e strettamente decrescente nell'intervallo $\mathrm{I}_2 = \left[\frac{1}{2}, 2\right]$, e la funzione radice (dove esiste) conserva la monotonia del radicando, la funzione f sarà invertibile negli stessi intervalli I_1 e I_2.

Pertanto la risposta (a) è esatta mentre le risposte (b), (c) e (d) sono errate.

11. RISPOSTA ESATTA: (a).

La funzione $h(x)$ risulta la composta della funzione $f(x) = \sin(x)$ con la funzione $g(t) = 2t^2 + t - 1$. Essa ha periodo 2π, e non è dunque iniettiva.

Pertanto (a) è vera mentre (b) e (c) sono false.

Data la periodicità di h, l'insieme delle controimmagini dell'intervallo $[-1, 0]$ comprende infiniti intervallo. Tra questi uno è proprio l'intervallo $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$, ma non è l'unico.

Dunque anche (d) è falsa.